

**ULB**

Ministerul Educației Naționale  
Universitatea “Lucian Blaga” din Sibiu  
Facultatea de Științe

**FIȘA DISCIPLINEI\*****1. Date despre program**

|                                   |  |
|-----------------------------------|--|
| Instituția de învățământ superior | Universitatea Lucian Blaga din Sibiu       |
| Facultatea                        | Facultatea de Științe                      |
| Departament                       | Departamentul de Matematică și Informatică |
| Domeniul de studiu                | Matematică                                 |
| Ciclul de studii                  | Master                                     |
| Specializarea                     | Matematică Informatică Aplicată            |

**2. Date despre disciplină**

|   |  |              |           |                  |
|---|--|--------------|-----------|------------------|
| Denumirea disciplinei                           | <b>Masură Hausdorff și fractali</b>  |              |           |                  |
| Codul cursului                                  | Tipul cursului   | An de studiu | Semestrul | Număr de credite |
| 38060804I019                                    |  | II           | II        | 5                |
| Tipul de evaluare                               | Categororia formativă a disciplinei<br>(DF=fundamentală.; DD=domeniu; DS=specialitate; DC=complementară) |              |           |                  |
| Examen  | DS   |              |           |                  |
| Titular activități curs                         | prof.univ.dr. Nicolae Secelean   |              |           |                  |
| Titular activități seminar / laborator/ proiect | prof.univ.dr. Nicolae Secelean   |              |           |                  |

**3. Timpul total estimat**

|   |         |           |         |                        |
|---|---------|-----------|---------|------------------------|
| Extinderea disciplinei în planul de învățământ – număr de ore pe săptămână          |         |           |         |                        |
| Curs  | Seminar | Laborator | Proiect | Total                  |
| 2   | 2       | 1         |         | 5                      |
| Extinderea disciplinei în planul de învățământ – Total ore din planul de învățământ |         |           |         |                        |
| Curs  | Seminar | Laborator | Proiect | Total ( $NOAD_{sem}$ ) |
| 24  | 24      | 12        |         | 60                     |

|  |  |        |
|--|--|--------|
| Distribuția fondului de timp pentru studiu individual  |  | Nr.ore |
| Studiul după manual, suport de curs, bibliografie și notițe                                    |  | 30     |
| Documentare suplimentară în bibliotecă, pe platformele electronice de specialitate și pe teren |  | 20     |
| Pregătire seminarii/laboratoare, teme, referate, portofolii și eseuri                          |  | 10     |
| Tutoriat:  |  | 3      |
| Examinări:   |  | 2      |
| Total ore alocate studiului individual ( $NOSI_{sem}$ )  |  | 65     |
| Total ore pe semestru ( $NOAD_{sem} + NOSI_{sem}$ )  |  | 125    |

**4. Precondiții (acolo unde este cazul)**

|               |   |
|---------------|---|
| De curriculum | Analiză Matematică (pe dreapta reală, multidimensional), Elemente de topologie generală, Funcții reale și teoria măsurii, Analiza funcțională |
| De competențe | Cunoașterea și utilizarea rezultatelor de analiză matematică, topologie generală,   |



# ULB

Ministerul Educației Naționale  
Universitatea "Lucian Blaga" din Sibiu  
Facultatea de Științe

|  |   |
|--|---|
|  | teoria măsurii studiate în ciclul de licență: spații topologice, spații metrice, convergență, limită și continuitate, puncte fixe, compactitate, măsuri pozitive, integrarea funcțiilor măsurabile în raport cu o măsură pozitivă |
|--|---|

## 5. Condiții (acolo unde este cazul)

|                             |  |
|-----------------------------|--|
| De desfășurare a cursului   | Tablă, videoproector                         |
| De desfășurare a sem/lab/pr | Laborator dotat cu cel puțin 12 calculatoare |

## 6. Competențe specifice acumulate

|                         |  |
|-------------------------|--|
| Competențe profesionale | <ul style="list-style-type: none"><li>• Operarea cu notiuni si metode avansate de analiza matematică: teoria măsurii, teoria fractalilor</li><li>• cunoașterea, familiarizarea și operarea cu elemente de teoria mulțimilor și de teoria punctelor fixe, cu noțiunile și rezultatele de topologie și teoria măsurii.</li><li>• Stăpânirea și utilizarea fără dificultate a noțiunilor: metrică Hausdorff, măsură și dimensiune Hausdorff, attractori, dependența de parametru a atractorului și dimensiunii unui IFS Rezolvarea unor probleme de sisteme dinamice, control optimal si cercetari operationale</li><li>• Conceperea si aplicarea de modele matematice pentru analiza unor fenomene si procese</li><li>• Realizarea de conexiuni între rezultate și între matematică și informatică</li><li>• Conceperea, proiectarea și implementarea sistemelor informatice specifice Web</li></ul> |
| Competențe transversale | <ul style="list-style-type: none"><li>• Manifestarea unei atitudini responsabile fata de domeniul stiintific si didactic, valorificarea potentialului propriu pe plan profesional, respectarea regulilor de munca riguroasa si eficienta pentru executarea unor sarcini profesionale complexe</li><li>• Coordonarea si conducerea eficienta a activitatiilor organizate in echipa sau intr-un grup inter-disciplinar</li><li>• Selectarea resurselor informationale, utilizarea eficienta a surselor de formare profesionala, dezvoltarea capacitatii de corelare a activitatii profesionale la cerintele unei societati dinamice</li></ul>  |

## 7. Obiectivele disciplinei (reieșind din grila competențelor specifice acumulate)

|                                   |  |
|-----------------------------------|--|
| Obiectivul general al disciplinei | - extinderea unor noțiuni și rezultate din teoria clasică a măsurii; însușirea și aprofundarea teoriei fractalilor (în special al sistemelor iterative de funcții) și aplicarea acestora în reprezentarea grafică cu ajutorul computerului |
| Obiectivele specifice             | - însușirea, familiarizarea, generalizarea și aplicarea unor noțiuni și  |



# ULB

Ministerul Educației Naționale  
Universitatea "Lucian Blaga" din Sibiu  
Facultatea de Științe

|  |  |
|--|--|
|  | <p>rezultate fundamentale din analiza matematică, topologie, teoria măsurii în studiul teoriei fractalilor: structură topologică, limite, contiuitate, compactitate, spații metrice complete, măsuri pozitive, măsuri exterioare, măsurile Lebesgue și Hausdorff, aproximații succesive</p> <p>- inițierea în fundamentele mate-matice ale teoriei fractalilor, teorie foarte modernă și des uti-lizată în cele mai variate domenii ale științei</p> |
|--|--|

## 8. Conținuturi

| Curs                   |  | Nr. ore   |
|------------------------|--|-----------|
| Curs 1,2               | Chestiuni pregătitoare:<br>- spații topologice, spații metrice, teoreme de punct fix                       | 4         |
| Curs 3                 | Elemente de teoria măsurii: - inele, $\sigma$ -inele, $\sigma$ -algebre de mulțimi<br>- măsuri pozitive,   | 2         |
| Curs 4                 | Măsuri exterioare. Proprietăți. Măsura Lebesgue  | 2         |
| Curs 5,6               | Metrica Hausdorff-Pompeiu. Spațiul fractalilor   | 4         |
| Curs 7                 | Măsură și dimensiune Hausdorff. Legătura cu măsura Lebesgue  | 2         |
| Curs 8                 | Atractorul unui sistem iterativ de funcții (IFS). Caracterizarea atractorului unui IFS                     | 2         |
| Curs 9                 | Dimensiunea atractorului unui IFS. Autoasemănare   | 2         |
| Curs 10                | Aproximarea atractorilor unui IFS. Reprezentarea grafică a atractorilor în plan cu ajutorul calculatorului | 2         |
| Curs 11                | Dependența continuă de parametru a atractorului unui IFS. Dinamica Fractalilor                             | 2         |
| Curs 12                | Sisteme iterative numărabile de funcții (CIFS)   | 2         |
| <b>Total ore curs:</b> |  | <b>24</b> |
| Seminar                |  | Nr. ore   |
| Sem 1,2                | Chestiuni pregătitoare:<br>- spații topologice, spații metrice, teoreme de punct fix – exemple, aplicații  | 4         |
| Sem 3                  | Elemente de teoria măsurii:<br>- inele, $\sigma$ -inele, $\sigma$ -algebre de mulțimi                      | 2         |



# ULB

Ministerul Educației Naționale  
Universitatea “Lucian Blaga” din Sibiu  
Facultatea de Științe

|                            |   |                |
|----------------------------|---|----------------|
|                            | - măsuri pozitive – exemple, aplicații  |                |
| Sem 4                      | Măsuri exterioare. Proprietăți. Măsura Lebesgue – exemple, aplicații  | 2              |
| Sem 5,6                    | Metrica Hausdorff-Pompeiu. Spațiul fractalilor – exemple, aplicații   | 4              |
| Sem 7                      | Măsură și dimensiune Hausdorff. Legătura cu măsura Lebesgue – exemple, aplicații  | 2              |
| Sem 8                      | Atractorul unui sistem iterativ de funcții (IFS). Caracterizarea atractorului unui IFS – exemple, aplicații                     | 2              |
| Sem 9                      | Dimensiunea atractorului unui IFS. Autoasemănare – exemple, aplicații   | 2              |
| Sem 10                     | Aproximarea atractorilor unui IFS. Reprezentarea grafică a atractorilor în plan cu ajutorul calculatorului – exemple, aplicații | 2              |
| Sem 11                     | Dependența continuă de parametru a atractorului unui IFS. Dinamica Fractalilor – exemple, aplicații                             | 2              |
| Sem 12                     | Sisteme iterative numărabile de funcții (CIFS) – exemple  | 2              |
| <b>Total ore seminar</b>   |   | <b>24</b>      |
| <b>Laborator</b>           |   | <b>Nr. ore</b> |
| Lab 1                      | Construirea secvenței de program de compunere a funcțiilor și reprezentare grafică  | 1              |
| Lab 2                      | Construirea secvenței de program de compunere a unei familii de funcții și reprezentare grafică                                 | 1              |
| Lab 3                      | Preluarea și prelucrarea unor fractali clasici în plan: Triunghiul lui Sierpinski, Dragonul, curba lui von Koch, etc.           | 1              |
| Lab 4                      | Preluarea și prelucrarea unor fractali clasici în plan: covorul lui Sierpinski, mulțimi Julia și Mandelbrot                     | 1              |
| Lab 5                      | Procedee de capturare și prelucrare a imaginilor  | 1              |
| Lab 6                      | Descrierea și analiza algoritmului de reprezentare în plan a fractalilor produși de contracții afine                            | 1              |
| Lab 7                      | Întocmirea programului de reprezentare în plan a fractalilor produși de contracții afine  | 1              |
| Lab 8                      | Întocmirea și rularea programului de reprezentare în plan a fractalilor produși de contracții afine                             | 1              |
| Lab 9                      | Aplicații care ilustrează dependența de parametru a atractorilor unui IFS și ilustrarea acestora                                | 1              |
| Lab 10                     | Determinarea și reprezentarea în plan cu ajutorul calculatorului a fractalilor din proiectul final                              | 1              |
| Lab 11,12                  | Determinarea și reprezentarea în plan cu ajutorul calculatorului a fractalilor din proiectul final                              | 2              |
| <b>Total ore laborator</b> |   | <b>12</b>      |



**ULB**

Ministerul Educației Naționale  
Universitatea "Lucian Blaga" din Sibiu  
Facultatea de Științe

### Metode de predare

- expunerea sistematică a cunoștințelor (expunerea, prelegerea, explicația, demonstrația materialului intuitiv);
- demonstrația;
- metoda problematizării și învățării prin descoperire
- metoda conversației;
- demonstrația;
- metoda problematizării și învățării prin descoperire.
- metoda exercițiului

### Bibliografie

|                                      |   |
|--------------------------------------|---|
| Referințe bibliografice recomandate  | N.A. Secelean – Măsură și Fractali, Ed. Univ. "Lucian Blaga" din Sibiu, 2002.                   |
|                                      | I. Chițescu, N.A. Secelean, Elemente de teoria măsurii, Ed. „România de Măine”, București, 1999 |
|                                      | N.A. Secelean, Countable Iterated Function Systems, Lambert Academic Publishing, 2013           |
| Referințe bibliografice suplimentare | M.F. Barnsley – Fractals everywhere, Academic Press, Harcourt Brace Janovitch, 1988             |
|                                      | K.J. Falconer - The Geometry of Fractal Sets, Cambridge University Press, 85, 1985              |
|                                      | C.A. Rogers – Hausdorff Measures, Cambridge at the University Press, 1970                       |
|                                      | J. Hutchinson – Fractals and self-similarity, Indiana University J. Math. 30, 1981 (p.713-747)  |

### 9. Coroborarea conținuturilor disciplinei cu așteptările reprezentanților comunității epistemice, asociațiilor profesionale și angajatorilor reprezentativi din domeniul aferent programului

Se realizează prin contacte periodice cu aceștia în vederea analizei problemei.

Conținuturile disciplinei sunt permanent adaptate atât tradițiilor cât și evoluțiilor domeniilor în care pot fi angajați absolvenții. Acest lucru se realizează atât pe baza experienței cadrelor didactice ale departamentului în domeniul didactic și în cel IT dar și printr-o permanentă colaborare și consultare cu colegii altor universități din țară și străinătate cât și cu alți posibili angajatori din domeniul aferent programului. Astfel se insistă în formarea la studenți a unei gândiri structurate, a unui raționament organizat logico-deductiv, a capacității de analiză și sinteză, de imaginație, intuiție, de anticipare a unor rezultate. Teoria fractalilor este o disciplină modernă care-și găsește aplicabilitate în multe și foarte variate domenii științifice.



# ULB

Ministerul Educației Naționale  
Universitatea "Lucian Blaga" din Sibiu  
Facultatea de Științe

## 10. Evaluare

| Tip activitate  | Criterii de evaluare   | Metode de evaluare   | Ponderea în nota finală | Obs.** |
|---|--|--|-------------------------|--------|
| Curs  | Gradul de cunoaștere a formulelor, cunoaștere a metodelor, cunoaștere a algoritmilor (aspecte prezentate în cadrul activităților didactice aferente disciplinei) | Examen, susținerea unui proiect  | 80%                     | nCPE   |
| Seminar   | Notă lucrările de verificare pe parcurs  | Lucrări de laborator   | 10%                     | nCPE   |
|   | Evaluarea activității în cadrul activităților de seminar și în cadrul manifestărilor științifice ale studenților   | investigația, proiectul, ob-servarea sistematică a cunoștințelor, atitudinilor și comportamentului studenților | 10%                     | nCPE   |
| <b>Standard minim de performanță</b>  |  |  |                         |        |
| - cunoașterea a cel puțin ¼ dintre noțiunile cerute la examen;                  |  |  |                         |        |
| - conținutul științific și aplicativ al proiectului;                            |  |  |                         |        |
| - prezentarea riguroasă, folosind corect limbajul de specialitate a proiectului |  |  |                         |        |

(\*) Fișa disciplinei cuprinde componente adaptate persoanelor cu dizabilități, în funcție de tipul și gradul acestora.

(\*\*) CPE – condiționează participarea la examen; nCPE – nu condiționează participarea la examen; CEF - condiționează evaluarea finală;

Data completării: 25.09.2018

Data avizării în Departament: 28.09.2018

|                         | Grad didactic, titlul, prenume, numele | Semnătura |
|-------------------------|--|-----------|
| Titular disciplină      | prof.univ.dr. Nicolae Secelean         |           |
| Director de departament | prof.univ.dr. Mugur Acu                |           |